B6 Q1a. $f(x) = e^x - 1$

On connaît les variations de la f° $x \mapsto e^x$:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
v. e^x	0	↗	1	↗	$+\infty$

On déduit alors le signe de $e^x - 1$:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
s. $e^x - 1$		$-$	0	$+$	

Q1b On étudie le signe de $\Delta(x) = g(x) - h(x)$:

$$\Delta(x) = e^x - (x+1) = e^x - x + 1$$

Étudions ses variations en espérant déduire le signe :

$$\Delta'(x) = e^x - 1$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
s. $\Delta'(x)$		$-$	0	$+$	
v. Δ		↘	0	↗	

← Q1a

D'après ce tableau on déduit que $\Delta(x) \geq 0 \ \forall x$,

Donc $\mathcal{C}_g$ au-dessus de $\mathcal{C}_h$

B6 Q2 Ici $x \geq 0$. Il y a 2 inégalités

à démontrer :

* On a d'1 part d'après la Q16 :

$$e^x \geq x+1 > 0$$

d'où $\boxed{x \geq \ln(x+1)}$ car ln est $\nearrow$.

* Posons $\Delta(x) = \ln(1+x) - \left(x - \frac{x^2}{2}\right)$ pour $x \geq 0$

$$\Delta'(x) = \frac{1}{1+x} - 1 + x = \frac{1-(1+x)+x(1+x)}{1+x}$$

$$= \frac{-x + x(1+x)}{1+x} = \frac{x^2}{1+x} \geq 0$$

Donc Δ est $\nearrow$ sur $\mathbb{R}^+$.

Or $\Delta(0) = \ln(1) - 0 = 0$

Donc $\Delta(x) \geq 0 \quad \forall x \geq 0$

ie $\boxed{\ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2} \quad \forall x \geq 0}$

B7 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 4$

Q1. $f'(x) = 3x^2 - 6x + 6$

$= 3(x^2 - 2x + 2)$

$= 3(x^2 - 2x + 1 + 1)$

$= 3((x-1)^2 + 1)$ toujours $\oplus$!

Donc $\boxed{f \text{ est strictement } \nearrow \text{ sur } \mathbb{R}}$

Q2. On a $f(1) = 0$, or f est strict^t $\nearrow$,

donc $x = 1$ est la seule sol$^{\circ}$ de $f(x) = 0$.

Q3. On déduit :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
V. f		$\nearrow$	0	$\nearrow$	
S. f		$-$	0	$+$	

B8 $x \in I = [-2;2]$.

Q1. $f'(x) = \dfrac{4(2x^2+2x+1) - (4x+2)(4x+2)}{(2x^2+2x+1)^2}$

$= \dfrac{8x^2+8x+4 - (16x^2+16x+4)}{(2x^2+2x+1)^2}$

$= \dfrac{-8x^2-8x}{(\quad)^2} = \dfrac{-8x(x+1)}{(\quad)^2}$

Q2

x	-2		-1		0		2
$-8x$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
s. $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Q3. * $f(0) = 2$ d'où $\boxed{A(0;2) \text{ intersect}^{\circ} \text{ de } \mathcal{C}_f \text{ avec } (Oy)}$.

* $f(x) = 0 \iff 4x+2 = 0 \iff x = -\frac{1}{2}$

d'où $\boxed{B(-\frac{1}{2};0) \text{ intersect}^{\circ} \text{ de } \mathcal{C}_f \text{ avec } (Ox)}$

Q4 On a d'après Q2 et Q3 :

x	-2		-1		$-\frac{1}{2}$		0		2
s. $f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
v. f	$-\frac{6}{5}$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	$\frac{10}{13} > 0$
s. $f(x)$		$-$			0		$+$		

$f(x) \geq 0 \iff \boxed{x \in \left[-\frac{1}{2} ; 2\right]}$

et $x \in I$

B9 a. $f(x) \leq 3$ pour $\underline{x \in]-\infty ; 2] \cup [3 ; 5]}$

b. $f(x) > 3$ pour $\underline{x \in]2 ; 3[\cup]5 ; +\infty[}$.

c. $f(x) < 3$ pour $\underline{x \in]-\infty ; 2[\cup]3 ; 5[}$.

B10 **Q1** $(x-1)(x+2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2$

$= f(x)$.

D'où $f(x) = 0 \iff \underline{x = 1}$ ou $\underline{x = -2}$

Q2. Soit $\Delta(x) = g(x) - h(x) = x^2 + x - 2 = f(x)$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
s. $\Delta(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
position relative		$\mathcal{C}_g$ au dessus de $\mathcal{C}_h$		$\mathcal{C}_g$ en dessous de $\mathcal{C}_h$		$\mathcal{C}_g$ au dessus de $\mathcal{C}_h$.	